

# Kwantumfysica I

2008-2009

Hoorcollege dinsdag 11 november 2008

Docent: Caspar van der Wal  
Tel. 363 4555  
E-mail [c.h.van.der.wal@rug.nl](mailto:c.h.van.der.wal@rug.nl)  
Kamer Gebouw 13 - kamer 140

Huishoudelijke mededelingen - Zie de syllabus  
en <http://caspar.fmns.rug.nl/teaching/>

## Waarom kwantum mechanica?

Vanaf ongeveer 100 jaar geleden waren er een hele reeks experimentele resultaten die niet te verklaren waren met klassieke theorieën.

(Zie Hoofdstuk 2 van het boek.)

Bijvoorbeeld: Spectraallijnen van atomen.  
Interferentie van electronen.

Voorbeelden niet vandaag, komen later voorbij in college reeks.

# Waarom is kwantumfysica belangrijk?

- Atoom- en molecuulfysica
- Vaste-stof fysica
- Hoge-energie fysica
- Fysische chemie
- Kwantum informatie technologie

Het lastigste van dit vak is niet de sommen, maar dat de theorie zo tegen de intuïtie ingaat ⇒

- Erg leuk vak!
- Lees de stof op tijd, en kom met vragen!

## KWANTUM MECHANICA

De essentie van het verschil tussen klassieke mechanica en kwantum mechanica betreft:

- 1) De toestand van een fysisch systeem
- 2) De tijdsevolutie van een fysisch systeem
- 3) Het meten aan een fysisch systeem

## 1) De toestand van een puntdeeltje - klassiek

Hoe zat dat ook al weer met klassieke mechanica?



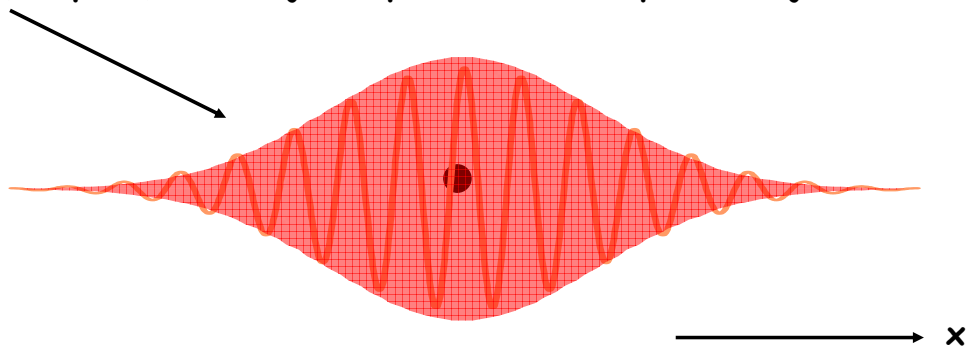
We weten alles als we de  $x$ -,  $y$ -,  $z$ -positie en  $p_x$ -,  $p_y$ - en  $p_z$ -impuls kennen



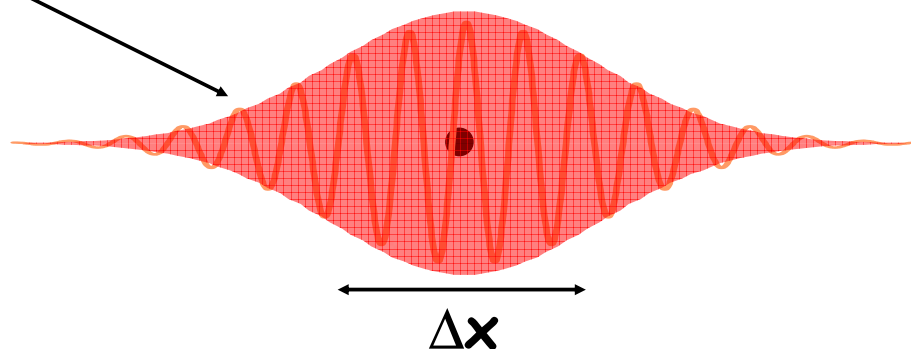
6 getallen met een specifieke waarde

## De toestand van een puntdeeltje - **kwantum versie**

Golffunctie (complex!) beschrijft  $x$ -positie van een puntdeeltje



De toestand van een puntdeeltje:  
Golf beschrijft x-positie van een puntdeeltje



Ook de impuls (in x-, y- en z-richting) wordt beschreven door een golffunctie.

Bovendien blijkt het onmogelijk een toestand te realiseren die tegelijkertijd weinig spreiding in x-positie en x-impuls heeft (Heisenberg onzekerheidsrelatie).

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar / 2 \quad (\hbar = h / 2\pi)$$

## Gevolg: superpositie principe

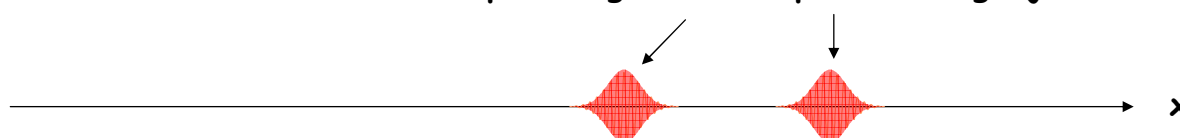
Klassiek - deeltje is precies hier



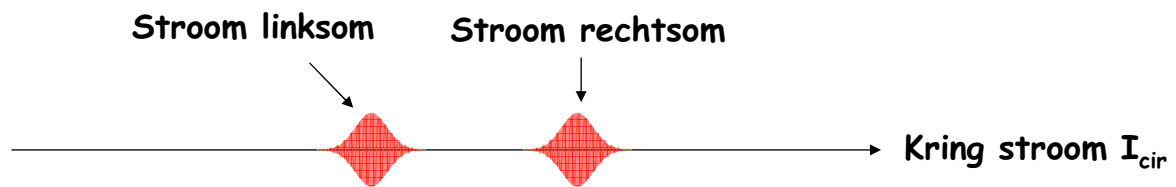
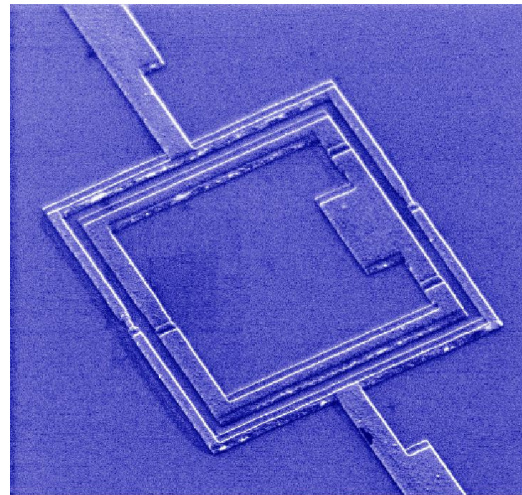
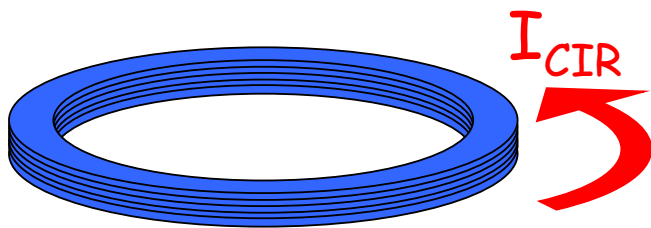
Kwantum - deeltje is hier overal tegelijk



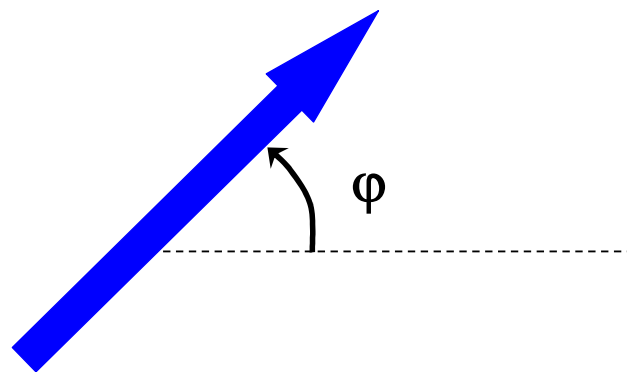
Of zelfs op twee gescheiden plaatsen tegelijk!



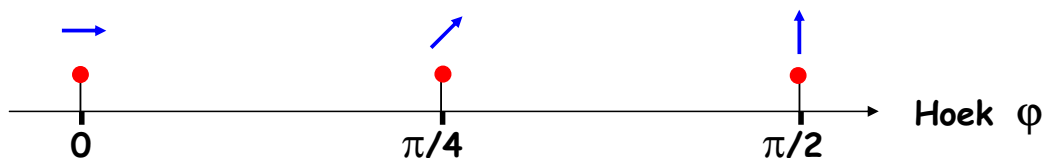
.....en het hoeft niet om de positie van een puntdeeltje te gaan:



Nog een voorbeeld: richting van een pijltje (magneetje)

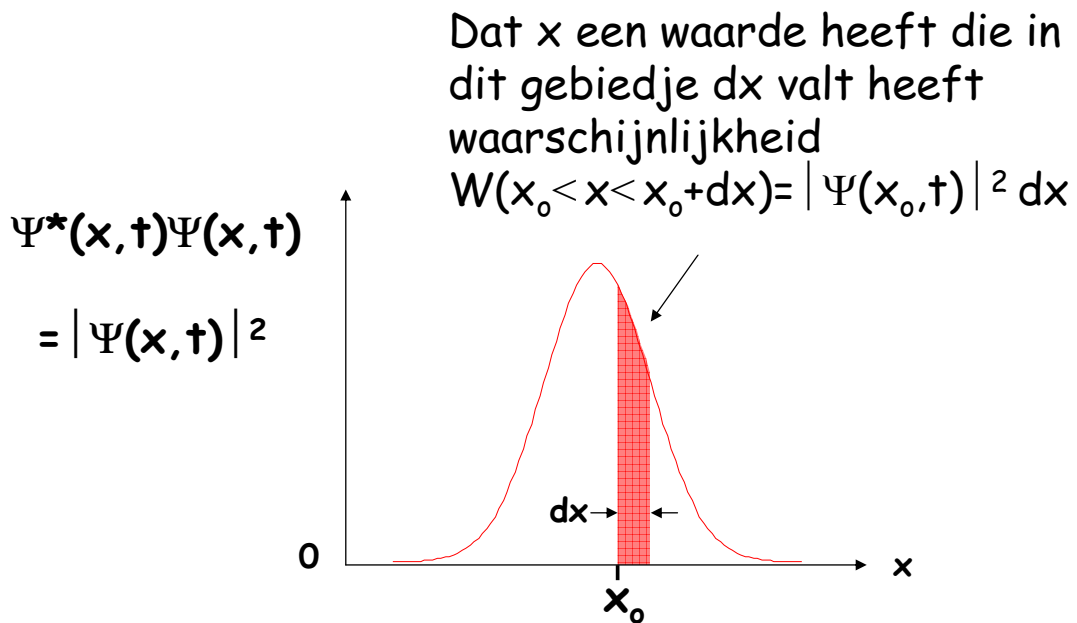


Superpositie van 3 discrete toestanden



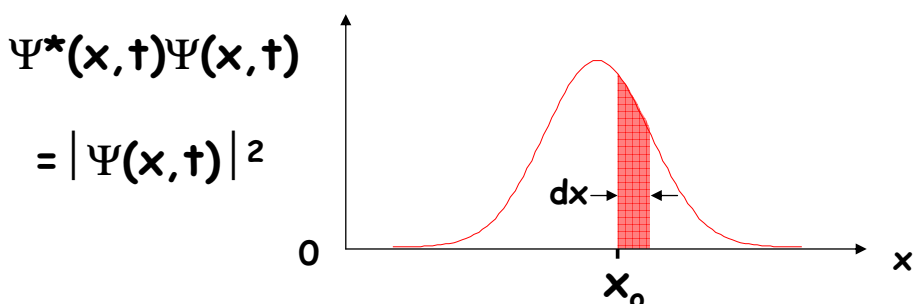
## Interpretatie van de golf functie: waarschijnlijkheidsdichtheid

Stel, voor zekere  $t$ , wordt de toestand van een vrijheidsgraad  $x$  beschreven door de complexe golf functie  $\Psi(x,t)$ :



## Interpretatie van de golf functie: waarschijnlijkheidsdichtheid

Het deeltje is altijd ergens, dus 
$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(x, t)|^2 dx = 1$$



## Normaliseren van de golf functie

Fysische oplossing van diff. verg.  $\Psi(x,t)$  vaak bekend op multiplicatieve constante  $C$  na:

Bijvoorbeeld, voor zekere  $t$  is  $C\Phi(x,t)$  als mathematische oplossing gevonden:

$$\Psi(x,t) = C \Phi(x,t) \quad \Rightarrow$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Phi(x,t)|^2 dx = A \quad \Rightarrow$$

$$C = \frac{1}{\sqrt{A}}, \quad \Psi(x,t) = \frac{1}{\sqrt{A}} \Phi(x,t)$$

# KWANTUM MECHANICA

De essentie van het verschil tussen klassieke mechanica en kwantum mechanica betreft:

- 1) De toestand van een fysisch systeem
-  2) De tijdsevolutie van een fysisch systeem
- 3) Het meten aan een fysisch systeem

## 2) De tijdsevolutie van een fysisch systeem - klassiek

Hoe zat dat ook al weer met klassieke mechanica?



$$-\frac{\partial V}{\partial x} = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

"F=m·a"

Differentiaal vergelijking die de tijdsevolutie van een precieze waarde voor de positie beschrijft.

**Energie bepaalt dynamica.**

## De tijdsevolutie van een fysisch systeem - **kwantum versie**

Stel, de *toestand* van een kwantumsysteem wordt beschreven door een golfvucntie  $\Psi(x,t)$ .

De tijdsevolutie van dat systeem wordt beschreven door een differentiaal vergelijking die een golfvergelijking is: de Schrödinger vergelijking.

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(x,t)}{\partial t} = \hat{H} \Psi(x,t)$$

Hamiltoniaan, totale energie

Voor een geïsoleerd systeem dat op een zeker tijdstip in een goed gedefinieerde golfvucntie is, is deze dynamica deterministisch!



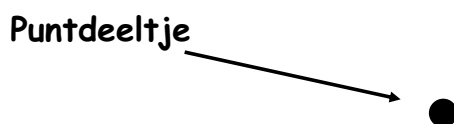
# KWANTUM MECHANICA

De essentie van het verschil tussen klassieke mechanica en kwantum mechanica betreft:

- 1) De toestand van een fysisch systeem
- 2) De tijdsevolutie van een fysisch systeem
- 3) Het meten aan een fysisch systeem

## 3) Het meten aan een fysisch systeem - klassiek

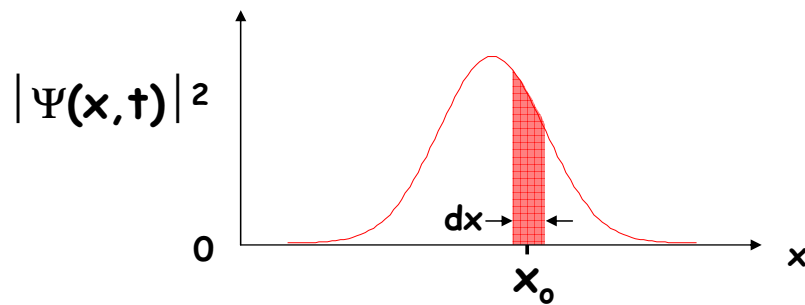
Hoe precies kunnen we  $x$  en  $p_x$  meten van een klassiek puntdeeltje?



- Klassiek bestaat er geen fundamentele limiet voor hoe precies we  $x$  en  $p_x$  kunnen bepalen.
- We kunnen  $x$  en  $p_x$  tegelijkertijd heel precies meten.

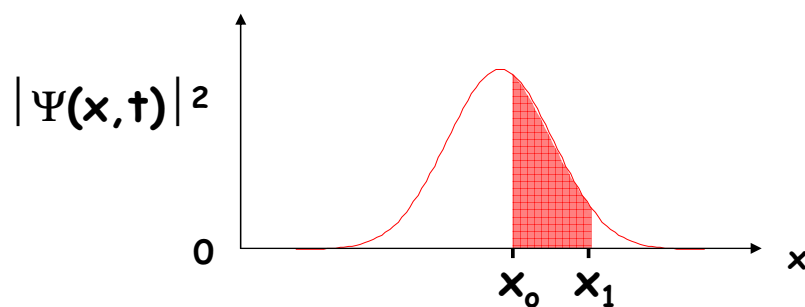
### 3) Het meten aan een fysisch systeem - kwantum versie

Hoe werkt een meting in de kwantum wereld?



De kans op meetuitkomst in  $x_0 \pm \frac{1}{2}dx$  is  $|\Psi(x_0,t)|^2 dx$ .

Detectie of deeltje in interval  $x_0$  tot  $x_1$  is:

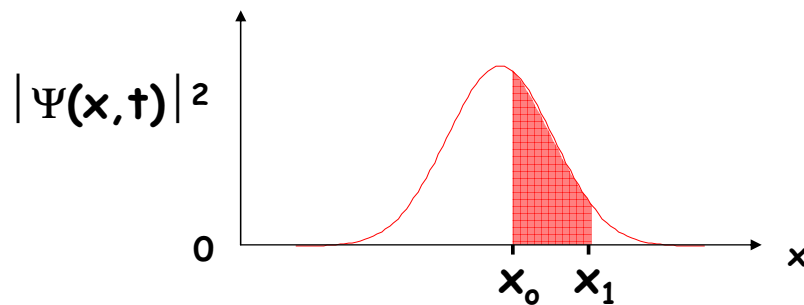


• De kans op meetuitkomst tussen in  $x_0$  en  $x_1$  is

$$\int_{x_0}^{x_1} |\Psi(x,t)|^2 dx$$

### 3) Het meten aan een fysisch systeem - **kwantum versie**

Hoe werkt een meting in de kwantum wereld?



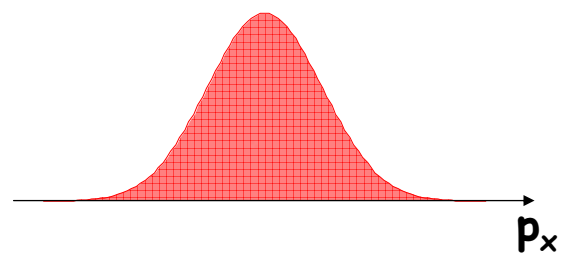
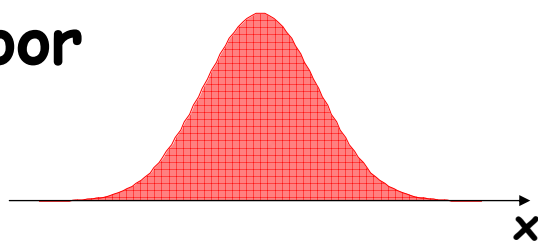
De toestand na het meten is (meestal) sterk verstoord door het meetproces.

Meten van  $x \Rightarrow$  interactie tussen meetapparaat en  $x$

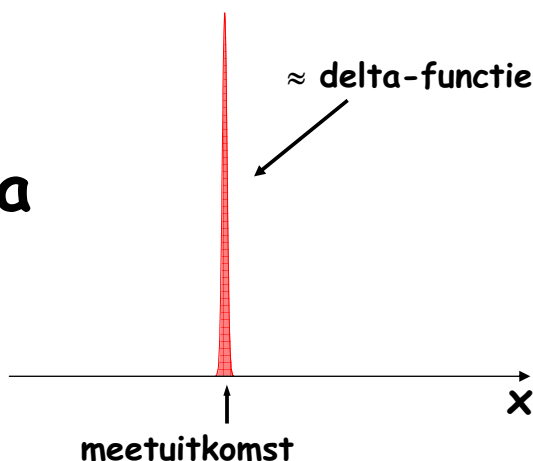
$x$

$p_x$

Voor



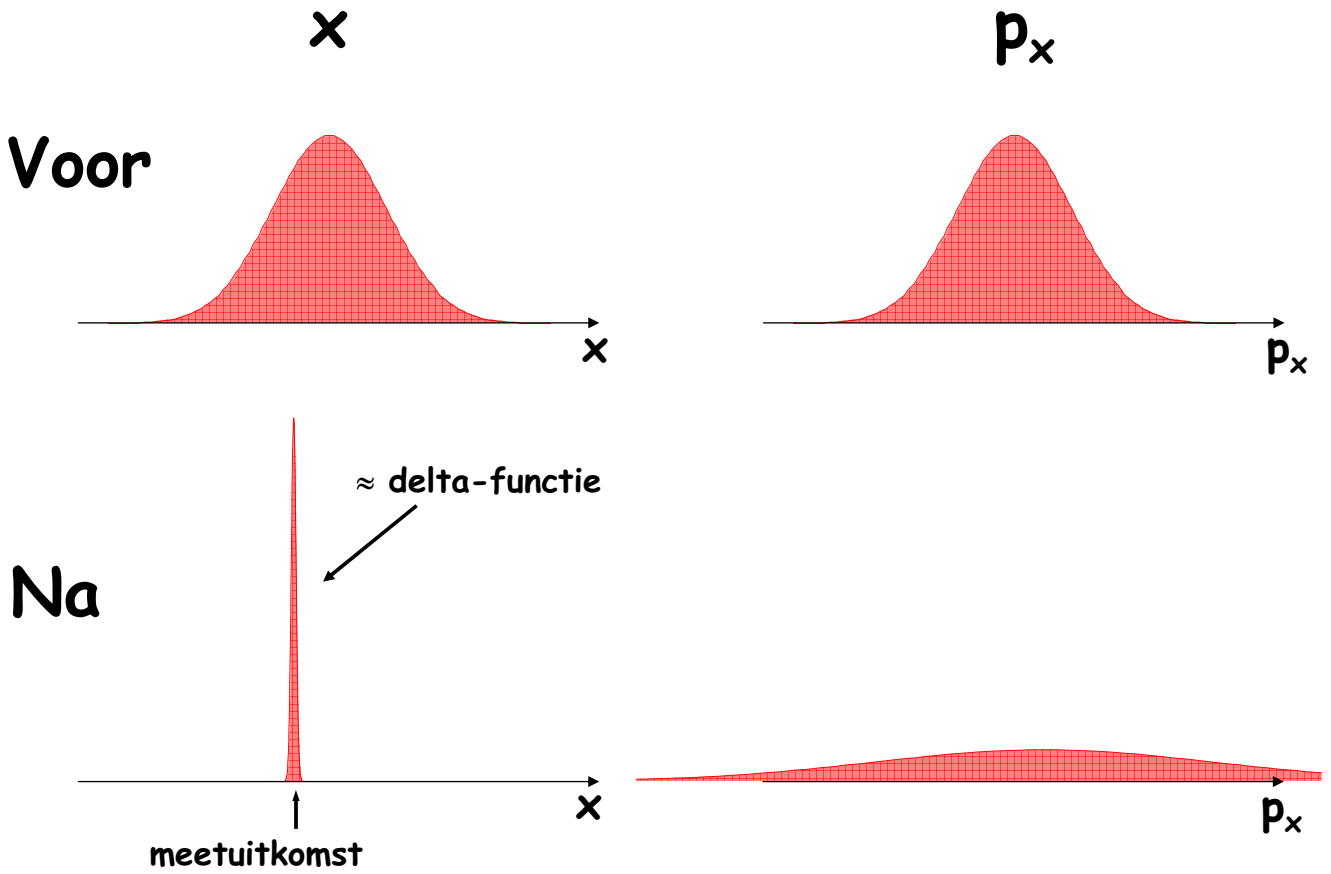
Na



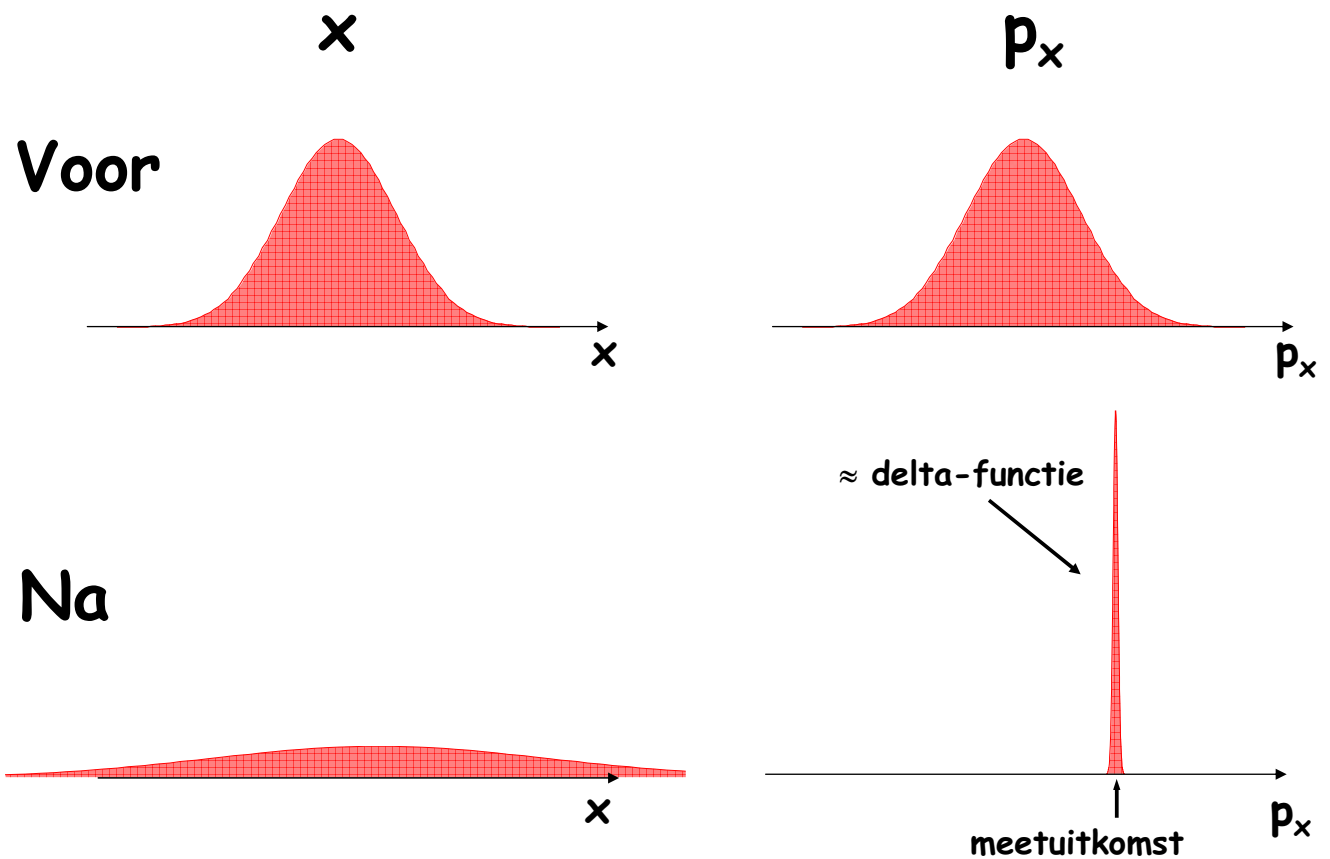
Wat gebeurt er met golffunctie die  $p_x$  beschrijft?

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar / 2$$

Meten van  $x \Rightarrow$  interactie tussen meetapparaat en  $x$



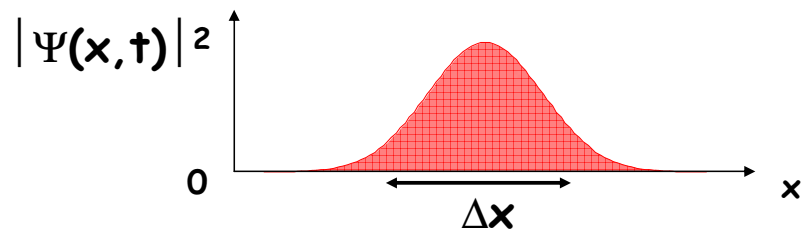
Meten van  $p_x \Rightarrow$  interactie tussen meetapparaat en  $p_x$



## Gevolg:

1) We kunnen  $x$  en  $p_x$  **NIET** tegelijkertijd zo precies mogelijk meten.

2) Bovendien:



Kwantum onzekerheid in de toestand van  $x$  veroorzaakt al meetonzekerheid bij een enkele meting.

3) Volgorde na elkaar meten  $x$  en  $p_x$  (of andersom) maakt verschil voor resultaat!

4) We weten niet altijd van te voren of  $\Delta x$  of juist  $\Delta p_x$  heel groot is en kunnen daarom niet goed beslissen of het beter is om  $x$  of  $p_x$  te meten.

5) Herhaald meten aan identieke systemen geeft wel precieze resultaten.

## Samenvatting:

Kwantum mechanica is (naast klassieke mechanica) een theorie om de toestand en tijdsevolutie van een fysisch systeem te beschrijven:

1. De toestand wordt beschreven door een golf-functie.
2. De tijdsevolutie door de Schrödinger vergelijking, een differentiaal vergelijking.
3. Meten aan een kwantum systeem gaat altijd gepaard met een sterke verstoring van de toestand, en heeft fundamentele onzekerheid.

## Volgende college:

Interferentie van kwantumgolven in dubbele-spleet experimenten.